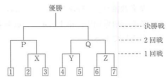
1/13(火) 共通テスト 直前講座⑥

①

A，B，C，D，E，F，Gの7チームが右のようなトーナメント形式の大会を行うことになった。

各チームは，今後行われる抽選により，1番から7番までの枠に割り当てられる。



(1) この大会の1回戦の組合せの総数について考えてみよう。

7つの枠に，7チームを単純に当てはめる場合の数は$\boxed{\text{ア}}$で表せる。

しかし，このトーナメント表では，2番と3番のように，入れ替わっても1回戦が同じ対戦になる枠も存在する。同様に，2回戦に注目すると，$\boxed{\text{イ}}$と$\boxed{\text{ウ}}$が入れ替わっても組合せは同じになる。

したがって，この大会の1回戦の組合せの総数は，$\boxed{\text{ア}}$を$\boxed{\text{エ}}$で割ることで求めることができる。

$\boxed{\text{ア}}$の解答群

⓪ 7　① $4!\times3!$　② ${}_7C_7$　③ ${}_7P_7$　④ ${}_4P_4$

$\boxed{\text{イ}}$，$\boxed{\text{ウ}}$の解答群（解答の順序は問わない。）

⓪ Pブロック　① Qブロック　② Xブロック
③ Yブロック　④ Zブロック　⑤ 1番の枠

$\boxed{\text{エ}}$の解答群

⓪ 2^2　① 2×3　② 2^3　③ 2^4　④ $2^3\times3$

(2) この大会の1回戦の組合せの総数は，組合せの考え方を用いて求めることもできる。

まず$\boxed{\text{オ}}$番の枠に入る1チームを選び，次に$\boxed{\text{カ}}$ブロックに入る2チームを選ぶと，残りの4チームは$\boxed{\alpha}$ブロックと$\boxed{\beta}$ブロックが入れ替わっても同じ対戦になる。

このことに注意して組合せの総数を求めると，$\boxed{\text{キクケ}}$通りとなる。

$\boxed{\text{カ}}$の解答群（$\boxed{\alpha}$と$\boxed{\beta}$には，それ以外の2つのブロックが入る。）

⓪ X　① Y　② Z

(3) Aチームの太郎さんとBチームの花子さんは，この大会でお互いが1回戦で対戦する確率について話している。

太郎：Xブロックの1回戦でAチームとBチームが対戦する確率は$\dfrac{1}{\boxed{\text{コサ}}}$だよね。

花子：じゃあ，1回戦で私たちが対戦する確率は$\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$だね。

(4) 太郎さんは(3)の会話の後，A，Bの各チームが他のチームに勝つ確率を仮定して，優勝チームに関する様々な推測を行った。

＜太郎さんの推測＞

AチームとBチームが他のチームに勝つ確率は，右の表の通りであるとする。

	1回戦	2回戦	決勝戦
A	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$
B	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$

Aチームの優勝する確率は，Aチームが$\boxed{\text{セ}}$に入ったとき$\boxed{\text{ソ}}$となり，それ以外のブロックに入ったとき$\boxed{\text{タ}}$となる。

同様に，Bチームの優勝する確率は，$\boxed{\text{セ}}$に入ったとき$\boxed{\text{チ}}$となり，それ以外のブロックに入ったとき$\boxed{\text{ツ}}$となる。

以上を組み合わせると，Aチームの優勝する確率は$\boxed{\text{テ}}$，Bチームの優勝する確率は$\boxed{\text{ト}}$であるとわかる。

また，Aチームが優勝したとき，Aチームが1番の枠であった条件付き確率は$\boxed{\text{ナ}}$である。

$\boxed{\text{セ}}$の解答群

⓪ Xブロック　① Yブロック　② Zブロック　③ 1番の枠

$\boxed{\text{ソ}}$～$\boxed{\text{ナ}}$の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ $\frac{1}{3}$　① $\frac{2}{3}$　② $\frac{1}{2}$　③ $\frac{1}{6}$　④ $\frac{1}{9}$
⑤ $\frac{4}{9}$　⑥ $\frac{5}{9}$　⑦ $\frac{1}{4}$　⑧ $\frac{1}{7}$　⑨ $\frac{5}{42}$

②

$\angle ACB=90^\circ$ である直角三角形ABCと，その辺上を移動する3点P，Q，Rがある。点P，Q，Rは，次の規則に従って移動する。

- 最初，点P，Q，Rはそれぞれ点A，B，Cの位置にあり，点P，Q，Rは同時刻に移動を開始する。
- 点Pは辺AC上を，点Qは辺BA上を，点Rは辺CB上を，それぞれ向きを変えることなく，一定の速さで移動する。ただし，点Pは毎秒1の速さで移動する。
- 点P，Q，Rは，それぞれ点C，A，Bの位置に同時刻に到達し，移動を終了する。

次の問いに答えよ。

(1) 図1の直角三角形ABCを考える。

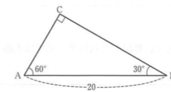


図1

(i) 各点が移動を開始してから2秒後の線分PQの長さと三角形APQの面積Sを求めると

$PQ=\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イウ}}}$，$S=\boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オ}}}$　となる。

(ii) 各点が移動する間の線分PRの長さとして

とり得ない値は　$\boxed{\text{カ}}$
一回だけとり得る値は　$\boxed{\text{キ}}$，$\boxed{\text{ク}}$
二回だけとり得る値は　$\boxed{\text{ケ}}$，$\boxed{\text{コ}}$

である。ただし，移動には出発点と到達点も含まれるものとする。

$\boxed{\text{カ}}$～$\boxed{\text{コ}}$の解答群

（$\boxed{\text{キ}}$と$\boxed{\text{ク}}$，$\boxed{\text{ケ}}$と$\boxed{\text{コ}}$についてはそれぞれ解答の順序を問わない。）

⓪ $5\sqrt{2}$　① $5\sqrt{3}$　② $4\sqrt{5}$　③ 10　④ $10\sqrt{3}$

(iii) 各点が移動する間における三角形APQ，三角形BQR，三角形CRPの面積をそれぞれS_1，S_2，S_3とする。各時刻におけるS_1，S_2，S_3の間の大小関係について述べた文として正しいものは$\boxed{\text{サ}}$である。

$\boxed{\text{サ}}$の解答群

⓪ 最初は $S_1<S_2<S_3$ で，$S_1=S_2=S_3$ を経て $S_1>S_2>S_3$ となる。
① 最初は $S_1>S_2>S_3$ で，$S_1=S_2=S_3$ を経て $S_1<S_2<S_3$ となる。
② 最初は $S_1<S_2<S_3$ で，移動を終了したときに $S_1=S_2=S_3$ となる。
③ 最初は $S_1>S_2>S_3$ で，移動を終了したときに $S_1=S_2=S_3$ となる。
④ 時刻に関係なく $S_1<S_2<S_3$ である。
⑤ 時刻に関係なく $S_1=S_2=S_3$ である。
⑥ 時刻に関係なく $S_1>S_2>S_3$ である。

(2) 直角三角形ABCの辺の長さを右の図2のように変えたとき，三角形PQRの面積が12となるのは，各点が移動を開始してから何秒後かを求めると

$\dfrac{\boxed{\text{シス}}\pm\boxed{\text{セ}}\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}$ 秒後　となる。

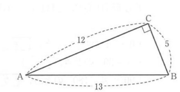


図2