

2/21(土) Bベ (文系 最終回)

①

$a = \sin^2 \frac{\pi}{5}$, $b = \sin^2 \frac{2\pi}{5}$ とおく。このとき、以下のことが成り立つことを示せ。

- (1) $a + b$ および ab は有理数である。
- (2) 任意の自然数 n に対し、 $(a^{-n} + b^{-n})(a + b)^n$ は整数である。

②

O を原点とする空間内に 3 点 $A(4, 0, 0)$, $B(1, 4, -1)$, $C(3, 1, 2)$ をとる。四面体 OABC において線分 OA 上の点 P および線分 BC 上の点 Q を $PQ \perp OA$ かつ $PQ \perp BC$ となるようにとる。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とする。

- (1) \overrightarrow{OP} および \overrightarrow{OQ} を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} を用いて表せ。
- (2) $\triangle OAQ$ の面積を求めよ。
- (3) 四面体 OABQ の体積を求めよ。